Carpeta de Matemática 2

Nueva edición ampliada y actualizada

CUADERNILLO 6

Nueva carpeta de Matemática V

Alumno/a

Curso

Ruth Schaposchnik (coord.)
Carlos Abdala
Mónica Real
Claudio Turano

Respuestas

a las actividades de los cuadernillos 1 a 5.

AIQUE

Este CUADERNILLO 6 pertenece a la Nueva carpeta de Matemática V.
No puede venderse por separado.

En esta sección, se presentan las respuestas que permiten controlar si las actividades se han resuelto correctamente.
No se incluyen: construcciones geométricas, representaciones gráficas de funciones, respuestas abiertas ni explicaciones, ya que no es una sección de consulta de procedimientos.
En los casos en que resulta necesario, las expresiones decimales se redondearon a los centésimos. En todos los casos, se considera $\pi = 3{,}14$.

DIRECCIÓN EDITORIAL
Teresita Valdettaro

COORDINACIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICA
Ruth Schaposchnik

EDICIÓN
Gustavo Zorzoli

CORRECCIÓN
Cecilia Biagioli (coordinación)
Mercedes Seara

SUPERVISIÓN GRÁFICA
Verónica Uher
Victoria Maier

COORDINACIÓN GRÁFICA
Constanza Di Gregorio - Silvina Roveda

DIAGRAMACIÓN
Constanza Di Gregorio - Silvana López

ILUSTRACIONES
Diego Molina
Estudio DOBLEVUELO (aperturas)

FOTOGRAFÍA
Archivo Aique

PRODUCCIÓN INDUSTRIAL
Pablo Sibione

© Copyright Aique Grupo Editor S. A.

Valentín Gómez 3530 (C1191AAP)
Ciudad de Buenos Aires
Teléfono y fax: 4867-7000
e-mail: editorial@aique.com.ar - www.aique.com.ar

Hecho el depósito que previene la Ley 11.723
LIBRO DE EDICIÓN ARGENTINA
ISBN 978-987-06-0077-0
Primera edición

La reproducción total o parcial de este material en cualquier forma que sea, idéntica o modificada y por cualquier medio o procedimiento, sea mecánico, electrónico, informático, magnético y sobre cualquier tipo de soporte, no autorizada por los editores, viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

Turano, Claudio
Nueva carpeta de matemática V / Claudio Turano ; Carlos Abdala ; Mónica Real ; coordinado por Ruth Schaposchnik - 1a ed. - Buenos Aires : Aique Grupo Editor, 2007.
160 p. ; 28x20 cm.

ISBN 978-987-06-0077-0

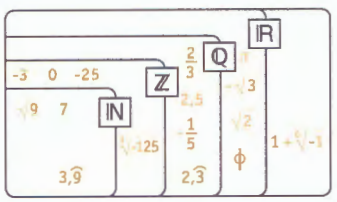
1. Matemática. I. Abdala, Carlos II. Real, Mónica III. Schaposchnik, Ruth, coord. IV. Título
CDD 372.7

Esta edición se terminó de imprimir en febrero de 2007 en Latingráfica. Rocamora 4161, Ciudad de Buenos Aires.

Capítulo 1: Los números reales y los números complejos

Para las respuestas redondeamos los resultados a los centésimos cuando fue necesario.

1



2 a) Verdadero. c) Verdadero. e) Falso.
b) Falso. d) Falso. f) Verdadero.

3 a), c), d), f).

4 a) $\overline{AC} = 10$ cm
b) $\text{sen } 22° 30' = \frac{7{,}5 \text{ cm}}{\overline{AC}}$
$\overline{AC} = 19{,}60$ cm
$\overline{AB} = 18{,}11$ cm
c) $\cos 31° = \frac{\overline{BC}}{11 \text{ cm}}$
$\overline{BC} = 9{,}43$ cm
$\overline{AB} = 5{,}67$ cm

5 a) $3^{\frac{29}{15}}$ c) $3^3 . 2^{\frac{7}{2}}$
b) 1 d) 44

6 a) $\{-5; 5\}$ d) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
b) $[-5; 5]$ e) $(-\infty; -5] \cup [3; +\infty)$
c) $\{-3; 3\}$ f) $\left[-\frac{1}{5}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{5}\right]$

7 a) $|x| < 2$ b) $|x| \geq 1$

8 a) Las aristas de las caras cuadradas miden $\sqrt{2}$ cm y las de las rectangulares, $3\sqrt{2}$ cm.
b) $20\sqrt{2}$ cm

9 a) $6{,}5\sqrt{7}$ cm d) $4\sqrt{10}$ cm
b) $8\sqrt{2}$ cm e) $(2 + 5\sqrt{7} + \sqrt{11})$ cm
c) $3\sqrt{2}$ cm

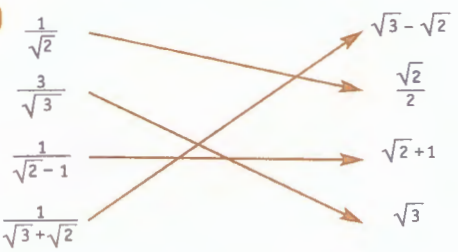
10 a) $\frac{11\sqrt{6}}{3}$ c) $\frac{-7}{3}\sqrt{3}$
b) $\frac{5\sqrt[3]{5}}{2}$ d) $\frac{-4}{3}\sqrt{\frac{1}{2}}$

11 a) $6\sqrt{2}$ cm² b) $3\sqrt{2}$ cm²

12 a) $24\sqrt{3}$ b) $4\sqrt[3]{6}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

13 a) 2 c) $2\sqrt{2}.\sqrt[3]{9}$ e) $2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$
b) $\sqrt[6]{\frac{5}{6}}$ d) 1 f) $5 + 2\sqrt{3}$

14



15 a) Verdadera. c) Falsa. e) Verdadera.
b) Verdadera. d) Falsa. f) Verdadera.

16 a) $-5 - 2\sqrt{6}$, no es entero.
b) $\frac{3}{4}$, no es entero.
c) 1, es entero.
d) $\frac{3}{4}.\sqrt{2} - 1$, no es entero.

17 Respuesta personal.

18 Respuesta personal.

19 a) $4\sqrt{x}$ c) $\frac{\sqrt[5]{x^2}}{x}$
b) $\frac{\sqrt{x}}{x}$ d) $\frac{7}{x}$

20 a) $\frac{3}{\sqrt{6} - \sqrt{15}}$ d) $\frac{1 - x}{1 - 2\sqrt{x} + x}$
b) $\frac{1}{3\sqrt{6} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - 4}$ e) 1
c) $\frac{2}{\sqrt{10} - \sqrt{6}}$

21 Verdadera.

22

Ecuación	ℕ	ℤ	ℚ	𝕀	ℝ
$x - 3 = 1$	x	x	x		x
$x + 2 = 1$		x	x		x
$x . 2 = 1$			x		x
$x^2 - 2 = 0$				x	x
$x^2 + 1 = 0$					

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

23 a) $x_1 = 2i;\ x_2 = -2i$

b) $x_1 = 3i;\ x_2 = -3i$

c) $x_1 = \sqrt{5}\,i;\ x_2 = -\sqrt{5}\,i$

d) $x_1 = \frac{4}{3}\,i;\ x_2 = -\frac{4}{3}i$

e) $x_1 = \sqrt{10}\,i;\ x_2 = -\sqrt{10}\,i$

f) $x_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}\,i;\ x_2 = -\sqrt{\frac{1}{2}}\,i$

g) $x_1 = 5\,i;\ x_2 = -5\,i$

h) $x_1 = \sqrt{2}\,i;\ x_2 = -\sqrt{2}\,i$

24 a)

Número complejo z	Parte real $Re\,(z)$	Parte imaginaria $Im\,(z)$
$5 + 3i$	5	3
$2 + 8i$	2	8
$-4 + \frac{2}{3}i$	-4	$\frac{2}{3}$
$1 - 3i$	1	-3
$2 - \sqrt{3}\,i$	2	$-\sqrt{3}$
$5i$	0	5
$4i$	0	4
4	4	0
0	0	0

b) I. Reales: 4; 0.
II. Imaginarios puros: $5i$; $4i$.

25 a)

z	$\overline{z}$	$-z$
$\frac{2}{3} + \frac{5}{2}i$	$\frac{2}{3} - \frac{5}{2}i$	$-\frac{2}{3} - \frac{5}{2}i$
$2 + 6i$	$2 - 6i$	$-2 - 6i$
$7 - \sqrt{3}i$	$7 + \sqrt{3}i$	$-7 + \sqrt{3}\,i$
-3	-3	3
$\sqrt{5}i$	$-\sqrt{5}i$	$-\sqrt{5}\,i$
$2 + \frac{1}{2}i$	$2 - \frac{1}{2}i$	$-2 - \frac{1}{2}i$

b) I. Falso. II. Falso.

26 a) I. $(a + bi) + (a - bi) = 2a$
II. $(a + bi) \cdot (a - bi) = a^2 + b^2$

b) I. Se verifican.
II. Se verifican.

27 a) $z = 0$ b) $z = 0$

28 a) $-3 - 7i$
b) $-3 - 3i$
c) $-6 - 2\,i$
d) $20 - 5\,i$
e) $10 + 23i$
f) $-30 + 36i$
g) $-15 - 6i$
h) $15 - 8i$
i) 5
j) 34

29 a) $\frac{2}{5} - \frac{6}{5}\,i$
b) $\frac{19}{53} - \frac{13}{53}\,i$
c) $-\frac{1}{2} + \frac{7}{4}i$
d) $-\frac{8}{53} - \frac{28}{53}\,i$
e) $-8 - 28\,i$
f) $\frac{3}{10} + \frac{1}{10}\,i$

30 a) $i^0 = 1;\ i^1 = i;\ i^2 = -1;\ i^3 = -i;\ i^4 = 1;\ i^5 = i;\ i^6 = -1;\ i^7 = -i$

b) A partir de i^4 las potencias se repiten.

31 a) $-i$; b) 1; c) -1; d) i; e) -1; f) 1; g) $-i$; h) $-i$; i) 1; j) $-i$

32 5.

33 b)

34 $z_2 = 3i = (3; 90°)$
$z_3 = -6 + 6i = (\sqrt{72}; 135°)$
$z_4 = -7 = (7; 180°)$
$z_5 = -4 - 4i = (\sqrt{32}; 225°)$
$z_6 = -5i = (5; 270°)$
$z_7 = 3 - 3i = (\sqrt{18}; 315°)$
$z_8 = 2 = (2; 0°)$

35 $z = -4 + 4i = (\sqrt{32}; 135°)$

36 a) $-7 - 3i$
b) $-1 + 3i$
c) 3
d) $-4i$

37 Las soluciones de ambas ecuaciones son: $z_1 = -1 + i$ y $z_2 = -1 - i$

38 a) $z = 1 - 2i$ $\quad \overline{z} = 1 + i$
b) $z = 4 + i$ $\quad \overline{z} = -i$
c) $z = 4 + i$ $\quad \overline{z} = 4 - i$

39 Si $a = 1$, la ecuación es $z^2 - 2z + 17 = 0$

40 Construcción.

41 Construcción.

42 a) $A = \{z \in C / Re(z) = -3\}$
b) $A = \{z \in C / Im(z) = 2\}$

43 a) I. $96\pi\ cm^3$
II. $80\pi\ cm^2$

b) I. $301{,}59\ cm^3$
II. $251{,}33\ cm^2$

c) Tipo A: 20. Tipo B: 21.

d) I. Tipo A: $(11\,520 - 1920\pi)\ cm^3$.
Tipo B: $(12\,320 - 2016\pi)\ cm^3$.
II. Tipo A: $5\,488{,}142\ cm^3$.
Tipo B: $5\,986{,}549\ cm^3$.

e) Tipo A.

44 45 minutos: -1; 60 minutos: i; 52 minutos y medio: $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

45 a) Sí, es correcta.
b) $-i$.
c) i.

46 a) $x = 9$ $x = -11$
b) $x = 6$
c) $x = 8$ $x = 4$
d) Conjunto vacío.
e) $x = 2$ $x = -2$
f) $x = 7$ $x = -7$

47 a) $\left(-\frac{29}{3}; 7\right)$
b) $(-\infty; -43] \cup [29; +\infty)$
c) $[0; 2]$
d) Conjunto vacío.
e) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right]$
f) $\mathbb{R}$

48 a) $\frac{\pi - 1}{2}$
b) No es posible.

49 a) $x = \frac{\sqrt{3} - 3}{15}$
b) $x = \frac{18 - 3\sqrt{2}}{17}$
c) $x = \frac{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{5}}$
d) $x = \frac{\sqrt{15}}{4}$ $x = \frac{7\sqrt{15}}{12}$

50 $S_Q = \{1\}$
$S_I = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$
$S_R = \{1; -\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$
$S_C = \{1; -\sqrt{2}; \sqrt{2}; -\sqrt{2}\,i; \sqrt{2}\,i\}$

51 a) $1 + 2i$
b) $-1 + 2i$
c) $-1 - 2i$
d) $1 - 2i$

52 a) $z = -7 + 8i$
b) $z = -\frac{3}{2}$
c) $z = 3i$
d) $z = -1 - 3i$

53 Respuesta personal.

54 Respuesta personal.

55 a) $1 - 2i$
b) -7
c) $-\frac{9}{13} - \frac{6}{13}i$

56 a) $z = -\frac{3}{5} + \frac{9}{5}i$
b) $z = 2 - i$

57 $k = 10$.

58 a) $z = (\sqrt{2}; 45°)$
b) $z = (\sqrt{2}; 315°)$
c) $z = (5; 90°)$
d) $z = (\sqrt{32}; 135°)$
e) $z = (10; 180°)$
f) $z = (4; 270°)$
g) $z = (\sqrt{8}; 135°)$
h) $z = (2; 0°)$

59 a) $-2 + 2i$
b) $-3 + 3i$
c) $-4 - 4i$
d) $-i$

60 a y b deben tener el mismo signo (ambos positivos o ambos negativos).

61 a) $z = (3; 30°)$
b) $z = (5; 60°)$
c) $z = (2{,}83; 225°)$
d) $z = (1; 120°)$

62 a) $z = -2{,}5 + 4{,}33i$
b) $z = 1{,}73 - i$
c) $z = -0{,}71 + 0{,}71i$
d) $z = 8{,}66 + 5i$

63 a) $p = 4$; $q = 2$
b) $q = 6$; $p = 15$

64 a) $A = \{z \in C / \text{Im}(z) > -4\}$
b) $A = \{z \in C / 0 \leq \text{Re}(z) \leq 3\}$
c) $A = \{z \in C / |\text{Re}(z)| < 3 \wedge |\text{Im}(z)| < 4\}$
d) $A = \{z \in C / |z| \leq 4 \wedge \text{Im}(z) > 2\}$

65 a) $\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$
b) $-\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$
c) $-\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$
d) $\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$

66 $z = 3 + 2i$ $\overline{z} = 3 - 2i$

67 a) $z^2 - 12z + 37 = 0$
b) $z^2 + 1 = 0$
c) $z^2 - 12z + 37 = 0$
d) $z^2 - 2\sqrt{6}z + 12 = 0$

68 Construcción.

AUTOEVALUACIÓN

1 c)
2 b)
3 a)
4 c)
5 b)
6 c)
7 d)
8 c)

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Capítulo 2: Funciones cuadráticas

1 a) 16 d) 2 g) 216 j) $-100\,000$

b) -625 e) -49 h) -64 k) -1

c) 729 f) $\frac{1}{64}$ i) 0,0001 l) -1

2 a) F b) V c) V d) F

3 a) $x_1 = 2$; $x_2 = -2$ c) $x_1 = 5$; $x_2 = -5$ e) $x = -2$

b) $x_1 = 2$; $x_2 = -2$ d) $x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = -\frac{1}{2}$ f) $x = \frac{8}{21}$

4 a) -30 b) -38 c) $-3{,}75$ d) -11

5

$a^2 + b^2 + 2ab$	$(a + b)\,a$
$a^2 + b^2 - 2ab$	$(a + b)^2$
$b^2 - ab$	$(a - b)^2$
$a^2 - b^2$	$(a + b)\,(a - b)$
$a^2 + ab$	$(a - b)\,b$

6 a) 8 cm b) base = 6 cm ; altura = 2 cm

7 a)

Lado (m) l	Precio ($) $P(l)$
1	300
1,5	675
2	1200
2,5	1875
3	2700

b) Gráfico.

c) **I.** $P(l) = 300 \cdot l^2$
II. Longitud del lado.
III. Precio.
IV. *Dom* $f = [1; 3]$
Im $f = [300; 2700]$

8 a)

Tiempo (h) t	Distancia (km) d
0	0
1	5
2,5	8,75
3	9
4	8
5,5	2,75
6	0

b) Gráfico.

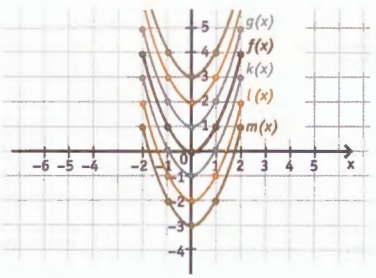
c) **I.** 6 horas.
II. 18 km.
III. A las 7:00 h, y se encuentra a 9 km.

9 a) Vértice: (0; –4) Eje de simetría: $x = 0$
b) Vértice: (2; –1) Eje de simetría: $x = 2$

10 • El *eje de simetría* de todas estas parábolas es la recta de ecuación $x = 0$, que es el eje de coordenadas.
• El *vértice* de cada una de estas parábolas es el punto (0; 0).
• Cuando *a es positivo*, las ramas de la parábola tienen forma de ∪.
• Cuando a es negativo, las ramas de la parábola tienen forma de ∩.
• A medida que el *valor absoluto* de *a* aumenta se observa que las curvas se acercan al eje *y* de ordenadas.

11 a)

x	$f(x) = x^2$	$g(x) = x^2 + 1$	$h(x) = x^2 + 2$	$j(x) = x^2 + 3$	$k(x) = x^2 - 1$	$l(x) = x^2 - 2$	$m(x) = x^2 - 3$
0	0	1	2	3	–1	–2	–3
1	1	2	3	4	0	–1	–2
2	4	5	6	7	3	2	1
–1	1	2	3	4	0	–1	–2
–2	4	5	6	7	3	2	1



b) • La variación del coeficiente *c* produce un desplazamiento vertical de la gráfica.
• Si *c* sufre un cambio positivo, la parábola se desplaza hacia arriba; si *c* sufre un cambio negativo, la parábola se desplaza hacia abajo.

12 a) f_2, f_3 y f_6. b) f_1 y f_4. c) f_5.

13 a) $x_1 = 3$, $x_2 = -3$
b) No tiene solución en $\mathbb{R}$.
c) $x_1 = 1$; $x_2 = -1$
d) $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$
e) $x_1 = 0$; $x_2 = 5$
f) $x_1 = 0$; $x_2 = -\frac{3}{4}$
g) $x_1 = 0$; $x_2 = -\frac{3}{2}$
h) $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{9}{10}$
i) $x_1 = 0$; $x_2 = 4$

14 a) $V = 1{,}5\,l^2$ Dom: $\mathbb{R}^+$ b) 1,2 m

15 Respuesta personal.

16 Respuesta personal.

17 180 m/s

18 1,26 s

19 60 cm^2

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

20 40 cm

21 a) $x_1 = 5 ; x_2 = 1$

b) $x = -3$

c) $x_1 = 1 ; x_2 = -3$

d) $x = -1$

e) $x_1 = -3 ; x_2 = 11$

f) $x_1 = 5 ; x_2 = -1$

22 5 cm

23 50 m

24 a) $x = 20$ cm

b) $x = 10$ cm

c) $x = 2$ cm

d) $x = 12$ cm

e) $x = 1$ cm

f) $x = 10$ cm

25 a) 15 toneladas.

b) $ 220

c) $ 18 900

26 a) $x_V = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$

$$x_V = \frac{\dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}{2}$$

$$x_V = \frac{\dfrac{-b + \cancel{\sqrt{b^2 - 4ac}} - b - \cancel{\sqrt{b^2 - 4ac}}}{2a}}{2}$$

$$x_V = \frac{\dfrac{-2b}{2a}}{2} = -\frac{b}{2a}$$

b) I. $\left(\frac{3}{2} ; -\frac{31}{4}\right)$

II. $(0 ; 1)$

III. $\left(-1 ; -\frac{5}{2}\right)$

27 a) Eje de simetría: $x = 1$
Vértice $(1;0)$
Raíces: $x = 1$
Ordenada al origen: 1

b) Eje de simetría: $x = -\frac{3}{4}$
Vértice $\left(-\frac{3}{4} ; -\frac{25}{32}\right)$
Raíces: $x_1 = -2$; $x_2 = \frac{1}{2}$
Ordenada al origen: $-\frac{1}{2}$

c) Eje de simetría: $x = 0{,}5$
Vértice $(0{,}5 ; -6{,}25)$
Raíces: $x_1 = 3$; $x_2 = -2$
Ordenada al origen: -6

d) Eje de simetría: $x = 1$
Vértice $(1 ; 8)$
Raíces: no tiene en $\mathbb{R}$
Ordenada al origen: 9

e) Eje de simetría: $x = 3{,}5$
Vértice $(3{,}5 ; 12{,}5)$
Raíces: $x_1 = 0$; $x_2 = 7$
Ordenada al origen: 0

f) Eje de simetría: $x = 4{,}5$
Vértice $(4{,}5; -20{,}25)$
Raíces: $x_1 = 0$; $x_2 = 9$
Ordenada al origen: 0

g) Eje de simetría: $x = 0$
Vértice $(0 ; -8)$
Raíces: $x_1 = 2$; $x_2 = -2$
Ordenada al origen: -8

h) Eje de simetría: $x = 0$
Vértice $(0 ; 6)$
Raíces: no tiene en $\mathbb{R}$
Ordenada al origen: 6

28 Nulo: g. Negativo: f; k. Positivo: h; i; j.

29 a) 2
b) Ninguna.
c) Ninguna.
d) 2
e) 2
f) 1
g) 2
h) Ninguna.
i) 1
j) 2
k) 1
l) Ninguna

30 a) No existe k.
b) $k > \frac{1}{12}$
c) $k = 4$ o $k = -4$
d) $k = 3$
e) $k > \sqrt{24}$ o $k < -\sqrt{24}$
f) $k > -\frac{1}{2}$

31

	Forma factorizada	Forma canónica
$f(x)$	$-x(x-6)$	$-(x-3)^2+9$
$g(x)$	$(x-2)(x+2)$	x^2-4
$h(x)$	$(x+4)^2$	$(x+4)^2$
$k(x)$	——	$-\frac{3}{4}(x-7)^2-2$
$l(x)$	——	$2(x-7)^2+4$
$m(x)$	$-(x+6)^2$	$-(x+6)^2$

32

Expresión polinómica	Expresión factorizada	a	b	c	x1	x2
x^2+2x-3	$(x-1)(x+3)$	1	2	−3	1	−3
$-2x^2-2x+24$	$-2(x-3)(x+4)$	−2	−2	24	3	−4
$2x^2-2x-4$	$2(x-2)(x+1)$	2	−2	−4	2	−1
$5x^2+10x+5$	$5(x+1)^2$	5	10	5	−1	−1
$4x^2-64$	$4(x-4)(x+4)$	4	0	−64	4	−4
$4x^2-3x+\frac{1}{2}$	$4(x-\frac{1}{2})(x-\frac{1}{4})$	4	−3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

33 a) $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3$

b) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$

c) $y = x^2 - 3x$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

34 a) $y = -\frac{4}{9}(x+2)^2 + 3$

b) $y = (x-1)^2 + 2$

c) $y = x(x-4)$

35 Respuesta personal.

36 $f(x) = x^2 - 6x + 8$

37 a) Gráfico

b) (1 ; 3)

c) 3 m

d) 0,75 m

38 5 m por 5 m.

39 a) 150 cestos.

b) $15,50

40 $900

41 125 m por 125 m.

42

Función	Ceros	Intervalo de crecimiento	Intervalo de decrecimiento	Máximo	Mínimo
f(x)	4 y −2	(1; +∞)	(−∞; 1)	No tiene	−9
h(x)	No tiene	$\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right)$	$\left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$	$-\frac{15}{8}$	No tiene
m(x)	4 y 1	(−∞; 2,5)	(2,5; +∞)	2,25	No tiene
p(x)	2 y −3	(−∞; −0,5)	(−0,5; +∞)	6,25	No tiene
g(x)	−3	(−3; +∞)	(−∞; −3)	No tiene	0
l(x)	No tiene	(−∞; 0)	(0; +∞)	−4	No tiene
n(x)	−5 y 2	(−1,5; +∞)	(−∞; −1,5)	No tiene	−12,25
q(x)	No tiene	(−∞; 0)	(0; +∞)	No tiene	1

43 a) Una función cuadrática con coeficiente principal positivo es decreciente para valores del dominio menores que la abscisa del vértice y es creciente para los mayores.

b) Si una función cuadrática es creciente para los valores de x que están a la izquierda de su eje, entonces su coeficiente principal es negativo.

c) Toda función cuadrática que decrece para los valores de x que están a la derecha de su eje de simetría es creciente para los valores de x que están a la izquierda de su eje.

44

a)
$x_1 =$ 2
$x_2 =$ 3
$C^+ = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$
$C^- = (2; 3)$

b)
$x_1 =$ 10
$x_2 =$ —
$C^+ =$ $\mathbb{R} - \{10\}$
$C^- =$ $\varnothing$

c)
$x_1 =$ —
$x_2 =$ —
$C^+ =$ $\mathbb{R}$
$C^- =$ $\varnothing$

45 $C^+ = (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$ $C^- = (-4; 0)$
$C^+ = \varnothing$ $C^- = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
$C^+ = (-\infty; -3) \cup (-2; +\infty)$ $C^- = (-3; -2)$
$C^+ = (-\infty; -1{,}37) \cup (4{,}37; +\infty)$ $C^- = (-1{,}37; 4{,}37)$

46 a) $S = \varnothing$

b) $S = \varnothing$

c) $S = \{(0; -4); (2; 6)\}$

d) $S = \{(0; 0); (-2{,}8; -2{,}8)\}$

47 $S = \left\{(3; 0); \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)\right\}$

48 $y = \frac{-1}{10}(x+10)^2 + 25$; $y = \frac{1}{5}(y+5)(y-15)$;
$A = (-12; 25)$; $B = (10; -15)$

49 a) $S = \{(2; 3)\}$

b) $S = \{(2; 0), (10; 0)\}$

c) $S = \{(6; 17)\}$

d) $S = \mathbb{R}$

e) $S = \left\{\left(\frac{9+\sqrt{195}}{2}; \frac{102+\sqrt{195}}{2}\right), \left(\frac{9-\sqrt{195}}{2}; \frac{102-\sqrt{195}}{2}\right)\right\}$

f) $S = \varnothing$

50 Respuesta personal.

51 Respuesta personal.

52 a) No

b) No

c) Sí

d) No

e) Sí

f) No

53 3 amigos.

54 $0 < p < 400$

55 20 cm y 35 cm.

56 5 cm y 8 cm.

57 a) I. $k = \frac{9}{10}$
II. $k = 3$ o $k = -17$

b) I. $k > \frac{9}{10}$
II. $k < -17$ o $k > 3$

c) I. $k < \frac{9}{10}$
II. $-17 < k < 3$

58 a) $S = \{(1; 4) : (-2; -2)\}$

b) $S = \{(3, 4; -7{,}82); (-1; 4{,}5)\}$

c) $S = \varnothing$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

59 a) $(-\infty; -8) \cup (5; +\infty)$

b) $\left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right)$

c) $\left(0; \frac{5}{2}\right)$

d) $[2; 5]$

e) $\left(-\infty; -\frac{8}{3}\right] \cup [1; +\infty)$

f) $\left(-\frac{3}{2}; \frac{2}{3}\right)$

g) $(-\infty; -3] \cup \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$

h) $\mathbb{R}$

60 a) Gráfico.

b) I. En el séptimo mes y fue de $50 000.
II. Entre el cuarto y undécimo mes.
III. Incrementa entre el segundo y el séptimo mes.
Arquímedes disminuye su ganancia.
IV. En el cuarto y en el undécimo mes.

61 a) Gráfico.

b) I. $11,73
II. 58 796 unidades aproximadamente
III. Para precios mayores que $11,73.
IV. Para precios menores que $11,73.

62 a) $\begin{cases} x = 6t \\ x = 5t^2 + t \end{cases}$ S : {(0; 0); (1; 6)}

b) I. 1 minuto
II. 6 km
III. Respuesta personal.

63 a) $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ c) $y = -\frac{5}{16}x^2 + \frac{5}{2}x$

b) $y = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{15}{2}$

64 a) $k = 6$ o $k = -6$ b) $k = \frac{3}{4}$ c) $k > 1$

65 a) $m > 0$ y $n < 0$ o $m < 0$ y $n > 0$

b) $m > 0$ y $n > 0$ o $m < 0$ y $n < 0$

c) $m \neq 0$ y $n = 0$

66 a) $r \neq 0$ y $t \neq 0$

b) No tiene solución.

c) $t = 0$

67 Gráfico.

68 a) 100 $\frac{\text{plantas}}{\text{m}^2}$

b) 9 600 toneladas. No es posible obtenerlo con las coordenadas del vértice.

69 a) Gráfico.

b) I. Desplazamiento horizontal hacia la derecha.
II. Desplazamiento horizontal hacia la izquierda.

70 a) S = {(0; –4); (5; 6)}

b) $S = \left\{\left(\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{33}}{2}; -\frac{3}{2}\sqrt{33} - \frac{13}{2}\right); \left(\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{33}}{2}; \frac{3}{2}\sqrt{33} - \frac{13}{2}\right)\right\}$

c) S = {(1; 2); (–2; –1)}

71 a) Respuesta personal.

b) Sí

72 12 y 13 ó -13 y -12.

73 a) I. 2 s
II. 19,6 m
III. 4 s
IV. 1 seg y 3 s

b) I. 2 s
II. 119,6 m
III. 6,94 s
IV. 5 s

74 a) $x_1 = \sqrt{3}i$; $x_2 = -\sqrt{3}i$

b) $x_1 = 1 + i$; $x_2 = 1 - i$

c) $x_1 = 3i$; $x_2 = -3i$

d) $x_1 = -3 + 4i$; $x_2 = -3 - 4i$

75 Gráfico.

76 a) $A(x) = 91x^2$

b) $A(x) = \frac{33}{4}x^2$

c) $A(x) = (\frac{7}{4}\pi - 1)x^2$

d) $A(x) = \frac{3}{2}x^2$

e) $A(x) = 3x^2 + 17x - 2$

AUTOEVALUACIÓN

1 c)

2 a)

3 c)

4 b)

5 b)

6 b)

7 a)

8 b)

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Capítulo 3: Funciones polinómicas. Factorización de polinomios

1 a) x^2 b) $x^4 y^5$ c) $x^9 y^3$ d) z^3 e) z^6 f) $(xyz)^5$

2 a) Verdadero. c) Falso. e) Falso.
b) Verdadero. d) Falso. f) Verdadero.

3 El resto de dividir 52 873 por 37 es *cero*, es decir que dicha división es *exacta*.
Por lo tanto, decimos que 52 873 es *múltiplo* de 37, o que 37 es *divisor* de 52 873.
Equivalentemente, podemos decir que 37 divide a *52 873*, o que 52 873 es *divisible* por 37.

4 a) –4; –2; –1; 1; 2; 4.
b) –2; –1; 1; 2.
c) –15; –5; –3; –1; 1; 3; 5; 15.
d) –30; –15; –5; –3; –1; 1; 3; 5; 2; –2; 6; –6; 10; –10; 15; 30.
e) –3; –1; 1; 3.
f) –1; 1.

5 a) D.C.M. (360; 162) = 18
m.c.m. (360; 162) = 3 240
b) D.C.M. (50; 80) = 10
m.c.m. (50; 80) = 400
c) D.C.M. (50; 80; 500) = 10
m.c.m. (50; 80; 500) = 2 000

6 a) Verdadera.
b) Falsa. $S(B) = x^2 + x$
c) Falsa. $S(C) = x(x-2)$
d) Verdadera.
e) Falsa.
$S(A) + S(B) + S(C) = 6x^2$

7 a)

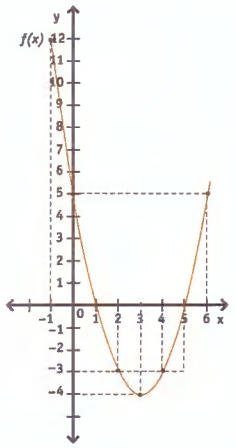
	Intervalos de crecimiento	Intervalos de decrecimiento
$f(x)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 0)$
$g(x)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 0)$
$h(x)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 0)$

	Intervalos de crecimiento	Intervalos de decrecimiento
$m(x)$	$\mathbb{R}$	no tiene
$n(x)$	$\mathbb{R}$	no tiene
$p(x)$	$\mathbb{R}$	no tiene

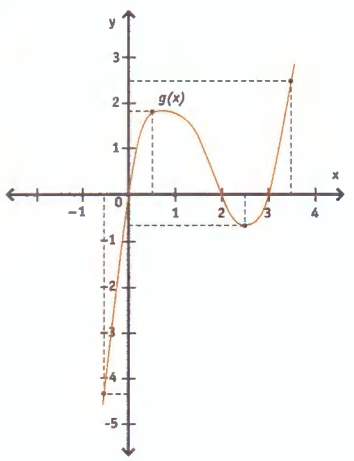
b) $f(x)$, $g(x)$ y $h(x)$ son funciones simétricas con respecto al eje y.
$m(x)$, $n(x)$ y $p(x)$ son funciones simétricas con respecto al origen de coordenadas.

8 a)

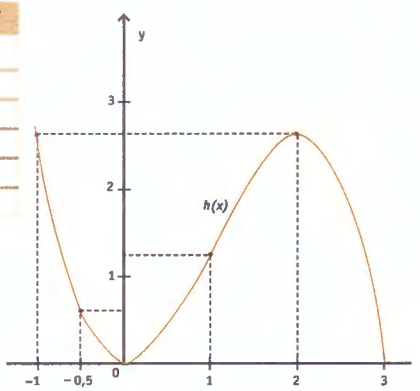
x	$f(x) = x^2 - 6x + 5$
–1	12
0	5
1	0
2	–3
3	–4
4	–3
5	0
6	5



x	$g(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$
–0,5	–4,375
0	0
0,5	1,875
2	0
2,5	–0,625
3	0



x	$h(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 2x^2$
–1	$\frac{8}{3}$
–0,5	$\frac{7}{12}$
0	0
1	$\frac{4}{3}$
2	$\frac{8}{3}$
3	0



b)

	Punto de contacto con los ejes	
	eje x	eje y
$f(x)$	(1; 0) y (5; 0)	(0; 5)
$g(x)$	(0; 0); (2; 0) y (3; 0)	(0; 0)
$h(x)$	(0; 0) y (3; 0)	(0; 0)

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

9 c), d), f), g) y h) no son polinomios.

10

Polinomio $P(x)$	Grado	Coeficiente principal	Término independiente	Polinomio opuesto $-P(x)$
$-2x^3 + 4x^2 + 5$	3	-2	5	$2x^3 - 4x^2 - 5$
$3x + 2x^5 + 1$	5	2	1	$-3x - 2x^5 - 1$
$x^2 - 9$	2	1	-9	$-x^2 + 9$
$-2x^3 + 3x$	3	-2	0	$2x^3 - 3x$
$2x + 25$	1	2	25	$-2x - 25$

11 a) El coeficiente que aparece en el término que indica el grado del polinomio.

b) El coeficiente que aparece en el término que tiene grado cero.

c) Los signos de todos sus términos.

12 a) $3x$

b) $8x^2$

c) $7x^2 + 2x + 1$

d) $-2x^2 + 3x$

13 a) $2x$

b) $6x^2$

c) $4x - 6x^2$

d) 0

e) $4x - 2x^3 + 2$

f) $-x^3 + 6x^2 + 1 - 2x$

14 a) Respuesta personal.

b) Respuesta personal.

c) Respuesta personal.

d) Respuesta personal.

15 a) $A(x) = 3x^2 - \frac{1}{2}x$

b) Dimensiones de la ventana: 1,5 m por 1 m.
Dimensiones de la pared: 3 m por 2,5 m.

16 a) I. $P(a) = 202a$
II. $P(l) = \frac{101}{50}l$
III. $A(a) = 100a^2$
IV. $A(l) = \frac{1}{100}l^2$

b) Área de la pista: 90 000 m²
Costo total: C(x): 90 000 x

17 a) $-8x^5$

b) $\frac{1}{2}x^4$

c) x^3

d) $15x^4 - 17x^3 - 4x^2$

18 a) 5 b) 3 c) 3

19 a) $x^3 + 6x^2 + 8x - 3$

b) $x^3 - 10x + 3$

c) $x^3 + 6x^2 + 8x - 3$

d) $25x^5 - 30x^4 + 40x^3 + 9x^2 - 24x + 16$

e) $x^2 + 6x + 9$

f) $x^4 + 3x^3 - 10x^2 - 27x + 9$

20 a) $x^2 + 8x + 16$ c) $x^6 + 12x^3 + 36$

b) $x^2 - 8x + 16$ d) $x^6 - 12x^3 + 36$

La regla general es: el cuadrado de un binomio es igual al cuadrado del primer término más el doble del producto del primer término por el segundo más el cuadrado del segundo término.

21 a) $x^2 - 64$ b) $x^2 - 16$ c) $x^5 - 4$ d) $x^{10} - 9$

La regla general es: el producto de la suma de un binomio por su diferencia da como resultado la diferencia de los cuadrados de los términos del binomio.

22

	Dividendo	Divisor	Cociente	Resto	Comprobación
$10 \mid 2$ / $0 \mid 5$	10	2	5	0	$10 = 5 \cdot 2 + 0$
$13 \mid 2$ / $1 \mid 6$	13	2	6	1	$13 = 6 \cdot 2 + 1$
$x^3 \mid x^2$ / $0 \mid x$	x^3	x^2	x	0	$x^3 = x \cdot x^2 + 0$
$8x^5 \mid 2x^3$ / $0 \mid 4$	$8x^5$	$2x^3$	4	0	$8x^5 = 4 \cdot 2x^5 + 0$
$x^2 \mid x^5$ / $x^2 \mid 0$	x^2	x^5	0	x^2	$x^2 = 0 \cdot x^5 + x^2$
$0 \mid x^5$ / $0 \mid 0$	0	x^5	0	0	$0 = 0 \cdot x^5 + 0$
———	x^5	0	no es posible		

23 En una división entera entre monomios, cuando el dividendo es cero, o su grado es menor que el grado del divisor, el cociente es igual *a cero, al divisor, al dividendo*, y el resto es igual *a cero, al divisor, al dividendo*. Como en toda división, el divisor no puede ser *cero, de grado cero, de grado uno*.

24 a) Cociente: $-2x$ Resto: 0 c) Cociente: 0 Resto: 0

b) Cociente: 64 Resto: 0 d) Cociente: 0 Resto: $2x$

25 a) Cociente: $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ Resto: -1

b) Cociente: $6x^2 + 4x + 4$ Resto: 1

c) Cociente: $2x - \frac{3}{2}$ Resto: 0

26 a) 5

b) El grado de M es el grado de N más 4.

27 a) Verdadera.

b) Verdadera.

c) Verdadera.

d) Falsa.

e) Verdadera.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

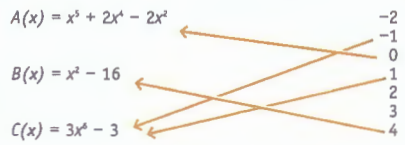
28 b), d) y h) son falsas.

29

a)	Cociente: $8x + 29$	Resto: 120
b)	Cociente: $5x + 25$	Resto: 124
c)	Cociente: $x^2 - 2x + 1$	Resto: –32
d)	Cociente: $x + 1$	Resto: 2
e)	Cociente: $x^2 - 2x + 6$	Resto: –20
f)	Cociente: $10x^2 - 30x + 90$	Resto: –276
g)	Cociente: $x + 5$	Resto: 0
h)	Cociente: $x^3 - 3x^2 + 9x - 27$	Resto: 0

30 a) 12 c) –15 e) –2 g) 0
b) 97 d) 257 f) 0 h) 0

31



32 a) –2 b) –4 c) 2 y –3 d) 1

33
a) $a \cdot (b + c) = ab + ac$
b) $pl + pq = p \cdot (l + q)$
c) $d(l + q) = d + dg$
d) $10x + 40 = 10(x + 4)$
e) $x^2 + x = x(x + 1)$
f) $x^3 + x^2 = x^2(x + 1)$
g) $2x^4 - 3x^3 = x^3(2x - 3)$
h) $10x^4 - 2x^3 + 4x^2 = 2x^2(5x^2 - x + 2)$
i) $\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{8}x^3 = \frac{1}{2}x\left(x + 4 - \frac{1}{4}x^2\right)$

34
a) $x \cdot (x^2 + 1)$
b) $x^4 \cdot (x^3 + 5x - 3)$
c) $(4x - 3)^2 \cdot [4 \cdot (4x - 3) - x + 5x^2 \cdot (4x - 3)^5]$
d) $3 \cdot (x^6 + 6)$
e) $(x + 1) \cdot (4x + 3)$
f) $5x^2 \cdot (2x^3 + 3x^2 - x + 2)$
g) No es posible.

35 a) 7 b) –5

36

$P(x) = ax^2 + bx + c$	a	x_1	x_2	$P(x) = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$
$-x^2 + x + 2$	–1	–1	2	$-1(x + 1)(x - 2)$
$2x^2 - 3x - 5$	2		–1	$2\left(x - \frac{5}{2}\right)(x + 1)$
$-2x^2 + 12x - 18$	–2	3	3	$-2(x - 3)^2$
$3x^2 - 75$	3	–5	5	$3(x + 5)(x - 5)$

37
a) $(x^2 + 5) \cdot (x^2 - 5)$
b) $(13 + x^5) \cdot (13 - x^5)$
c) $(8x^3 + 3) \cdot (8x^3 - 3)$
d) $(x^4 + 15) \cdot (x^4 - 15)$
e) No es diferencia de cuadrados.
f) $(2x^{10} + 1) \cdot (2x^{10} - 1)$

38
a) No es posible.
b) $(x^6 + 5)^2$
c) $(x^4 - 6)^2$
d) No es posible.
e) $(2x - 6)^2$
f) $(9 - x)^2$

39 a) $(a + b)^2$ b) $a^2 + 2ab + b^2$
c) Respuesta personal.

40
a) $(x + 1) \cdot (x - 5) \cdot (x - 4)$
b) $(x - 1) \cdot (x + 8) \cdot (x - 8)$
c) $(x + 1) \cdot (x + 5) \cdot (x + 3) \cdot (x + 2)$
d) $\frac{1}{2} \cdot (x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3)^2$

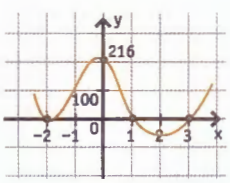
41
a) I. $(x - 1) \cdot (x^2 + 2x + 3)$
II. $(x + 5) \cdot (x^2 + 5)$
III. $(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x^2 + 4)$
IV. $(x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x^2 - x + 1)$
b) Respuesta personal.

42

P factorizado	Grado de P	Raíces reales de P	Multiplicidad de cada raíz
$(x - 3) \cdot (x + 6)$	2	$x = 3$	1
		$x = -6$	1
$(x + 5) \cdot (x + 5) \cdot (x - 6)$	3	$x = -5$	2
		$x = 6$	1
$(x + 4) \cdot (x + 4) \cdot (x + 4)$	3	$x = -4$	3
$(x - 1)^3 \cdot (x + 1)^2$	5	$x = 1$	2
		$x = -1$	3
$x \cdot (x + 2)^3 \cdot (x - 3)^4$	10	$x = 0$	1
		$x = -2$	5
		$x = 3$	4

43
a) $V(x) = x \cdot (60 - 2x) \cdot (45 - 2x)$
b) $\text{Dom}_f = (0; 22{,}5)$

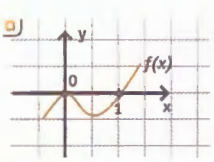
44
a) 1; –2 y 3
b) 216
c) El gráfico aproximado es el siguiente:



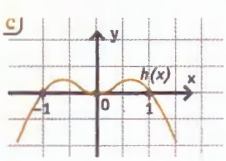
45 a) Gráfico. b) Gráfico. c) Gráfico.

46
a) $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ (–2; 0) (4; 0) (0; –8)
b) (2; 0) (–2; 0) (1; 0) (–1; 0) (0; 4)

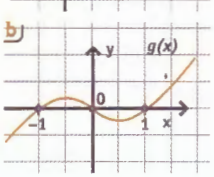
47
a)



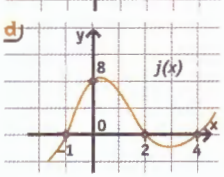
c)



b)



d)



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

48 a) $x_1 = -4 \quad x_2 = -2 \quad x_3 = 4$
$f(x) = a \,.\, (x+4) \,.\, (x+2) \,.\, (x-4)$

b) $a = -\frac{25}{8} \quad f(x) = -\frac{25}{8} \,.\, (x+4) \,.\, (x+2) \,.\, (x-4)$

49 a) I. c) II.

b) VI. d) III.

50 a) $f(x) = 3 \,.\, (x-1)^2 \,.\, (x+1)$

b) $f(x) = -2 \,.\, (x+1)^2 \,.\, (x-1)^2$

c) $f(x) = -3 \,.\, (x+1)^2 \,.\, (x-1)^3$ No es única.

51 a) $S = \{-1; 3\}$ c) $S = \{0; -2; -3; 9\}$

b) $S = \left\{-4; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ d) $S = \{1; -1; -6\}$

52 a) $S = \{-6\}$ $S = \left\{\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$

b) $S = \{-10; 2; -2\}$ $S = \{1\}$

53 $x = 5$. Es primo.

54 a) $x = 2i \,;\, x = -2i$

b) $x = -1 + i \,;\, x = -1 - i$

c) $x = 0 \,;\, x = 3i \,;\, x = -3i$

55 a) $k > \frac{25}{4}$ b) $-10 < k < 10$ c) $k < -9$

56 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$

57 $f(ai) = 0$

58

$f(x)$	Número de raíces reales	Número de raíces no reales
$x^2 + 1$	0	2
$x^3 + 1$	1	2
$x^4 + 1$	0	4
$x^5 + 1$	1	4

59 $f(x) = (x^2 + 1) \,.\, (x-3)$

$f(x) = \frac{2}{3} \,.\, (x^2 + 1) \,.\, (x-3) \,.\, (x+3)$

$f(x) = \frac{1}{27} \,.\, (x^2 + 1) \,.\, (x-3) \,.\, (x+3) \,.\, (x-6)$

60 a) Ecuación cuadrática.

b) La función polinómica asociada a esta ecuación para $n = 2$ es $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ y su grado es 4. En cambio, la función polinómica asociada a esta ecuación para $n = 3$ es $f(x) = ax^6 + bx^3 + c$ y su grado es 6.

61 Cambio de variable $z = x^3 \,;\, x_1 = 2 \,;\, x_2 = 1$

62 a) El exponente de la potencia de otra potencia es el producto de ambos exponentes.

b) Respuesta pesonal.

c) Respuesta pesonal.

63

Ecuación para resolver	Cambio de variable	Ecuación resultante por el cambio de variable	Soluciones de la ecuación anterior	Soluciones de la ecuación para resolver
a) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$	$z = x^2$	$z^2 + 3z - 4 = 0$	1 y −4	1 y −1
b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$	$z = x^2$	$z^2 - 3z - 4 = 0$	−1 y 4	2 y −2
c) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$	$z = x^2$	$z^2 + 5z + 4 = 0$	−1 y −4	No tiene
d) $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$	$z = x^3$	$z^2 + 7z - 8 = 0$	1 y −8	1 y −2
e) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$	$z = x^3$	$z^2 - 7z - 8 = 0$	8 y −1	2 y −1
f) $x^6 + 9x^3 + 8 = 0$	$z = x^3$	$z^2 + 9z + 8 = 0$	−1 y −8	−1 y −2

64 a) $V_c = \frac{1}{3}\pi \,.\, (18h^2 - h^3)$

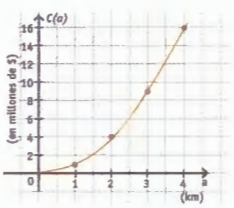
b) Dominio $V_e = (0; 18)$

c) $V_e = 972\,\pi - 6r\pi h^2 + \frac{1}{3}\,\pi h^3$

65 a) Costo de la máquina excavadora: $600x^3$.
Costo del cemento: $4000x^2$.
Costo de las vigas de hierro: $1200x$.
Costo total : $C(x) = 600x^3 + 4000x^2 + 1200x$.

b) 3 m por 3 m por 15 m.

66 a) Dom $C = (0; 4]$



b) $746,43

c) 180 m

67 $a = -2 \quad b = 3 \quad c = 1$

68 a) $m \neq 0$ c) $m = 0; n = 1, \; n = -1$ y $p \neq 0$

b) $m = 0; n \neq 1$ y $n \neq -1$

69 a) $m = -1; n = 4; \; p = 2$

b) $m = 1; \; n = -4; \; p = -2$

70 a) $7x^3 + 4x^2 - x - 1$

b) $x^4 - 2x^2 + 1$

c) $-x^4 - 11x^3 + x^2 + 2x - 1$

d) $4x^2 + 6x - 6$ Resto: 3

71 a) $2 \,.\, (x+3) \,.\, \left(x - \frac{1}{2}\right)$

b) $x \,.\, (1-x) \,.\, (1+x) \,.\, (1+x^2)$

c) $(x-1)^3$

d) $(x+2) \,.\, (x-2) \,.\, (x+1) \,.\, (x-1)$

e) $(x-1) \,.\, (x-2) \,.\, (x-5) \,.\, (x^2 + x + 1)$

f) $2 \,.\, \left(x - \frac{5}{2}\right) \,.\, (x+2) \,.\, (x-1)$

72 $b = -12$ Contactos: (−2; 0) (1; 0) (−1; 0) (0; −12)

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

73

a) Raíz: $x = 4$ multiplicidad 3
Contactos: (4; 0) y (0; –64)
C^+: (4; +∞); C^-: (–∞; 4)

b) Raíces: $x_1 = 1$ multiplicidad 2; $x_2 = -4$ multiplicidad 1
Contactos: (1; 0) y (–4; 0) (0; 4)
C^+: (–4; 1) ∪ (1; +∞); C^-: (–∞; –4)

c) Raíces: $x_1 = 3$ multiplicidad 2 ; $x_2 = -3$ multiplicidad 2
Contactos: (3; 0)(–3; 0) (0; 9)
C^+: (–∞; –3) ∪ (–3; 3) ∪ (3; +∞); C^-: ø

d) Raíces $x_1 = -3$ multiplicidad 2; $x_2 = 2$ multiplicidad 1
Contactos: (–3; 0) (2; 0) (0; –200)
C^+: (2; +∞); C^-: (–∞; –3) ∪ (–3; 2)

e) Raíces $x_1 = 0$ multiplicidad 1; $x_2 = -3$ multiplicidad 1;
$x_3 = 1$ multiplicidad 1
Contactos: (0; 0) (–3; 0) (1; 0)
C^+: (–3; 0) ∪ (1; +∞); C^-: (–∞; –3) ∪ (0; 1)

f) Raíces: $x_1 = 0$ multiplicidad 1; $x_2 = \frac{1}{2}$ multiplicidad 1;
$x_3 = -\frac{1}{2}$ multiplicidad 1
Contactos: (0; 0) $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$
C^+: $\left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$; C^-: $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right)$

g) Raíces: $x_1 = 0$ multiplicidad 2; $x_2 = 5$ multiplicidad 1;
$x_3 = -1$ multiplicidad 1
Contactos: (0; 0) (5; 0) (–1; 0)
C^+: (+∞; –1) ∪ (5; +∞); C^-: (–1; 0) ∪ (0; 5)

h) Raíz: $x = -2$ multiplicidad 2
Contactos: (–2; 0) (0; 12)
C^+: (–∞; –2) ∪ (–2; +∞); C^-: ø

i) Raíces: $x_1 = 0$ multiplicidad 2; $x_2 = 5$ multiplicidad 1;
$x_3 = -5$ multiplicidad 1
Contactos: (0; 0) (5; 0) (–5; 0)
C^+: (–∞; –5) ∪ (5; +∞); C^-: (–5; 0) ∪ (0; 5)

74 a) $f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

b) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4$

75

Ecuación	Soluciones reales	Soluciones no reales	Número de soluciones reales	Número de soluciones no reales
a) $4x^4 - 325x^2 + 81 = 0$	$9; -9; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}$	———	4	0
b) $4x^4 - 323x^2 - 81 = 0$	$9; -9$	$\frac{1}{2}i; -\frac{1}{2}i$	2	2
c) $4x^4 + 323x^2 - 81 = 0$	$\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}$	$9i; -9i$	2	2
d) $4x^4 + 325x^2 + 81 = 0$	———	$9i; -9i$ $\frac{1}{2}i; -\frac{1}{2}i$	0	4
e) $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$	$1; -1$	———	4	0
f) $x^4 - 3x^2 = 0$	$0; \sqrt{3}; -\sqrt{3}$	———	4	0
g) $x^4 + 1 = 0$	———	$\sqrt{i}; -\sqrt{i}$ $\sqrt{i^3}; -\sqrt{i^3}$	0	4

76

Ecuación	Soluciones reales	Número de soluciones reales	Número de soluciones no reales
a) $8x^4 - 217x^2 + 27 = 0$	$3; \frac{1}{2}$	2	4
b) $8x^4 - 215x^2 - 27 = 0$	$3; -\frac{1}{2}$	2	4
c) $8x^4 + 215x^2 - 27 = 0$	$-3; \frac{1}{2}$	2	4
d) $8x^4 + 217x^2 + 27 = 0$	$-3; -\frac{1}{2}$	2	4

77 a) $f(x) = \frac{1}{8}(x-1)(x+8)(x-8)$

b) $f(x) = (x+5)(x^2+1)$

c) $f(x) = (x-3)(x^2+5)$

d) $f(x) = (x+1)(x^2+1)(x^2+2)$

Tienen raíces no reales b), c) y d)

78 a) Respuesta personal.

b) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 . (x-3)(x-8)^2$

c) No es posible.

d) Respuesta personal.

79 a) Respuesta personal.

b) Respuesta personal.

c) Respuesta personal.

d) $f(x) = -2x . (x^2+1)(x^2-4)$

e) No es posible.

80 $f(x) = a . (x+2)^2 . (x-2)$

a) $f(0) = 30$

b) Respuesta personal.

AUTOEVALUACIÓN

1) a)
2) d)
3) c)
4) b)
5) d)
6) b)
7) d)

ACTIVIDADES INTEGRADORAS

1 $V = x^3 + 50x^2$

2 40 cm x 40 cm x 90 cm

3 $h(x) = -\frac{3}{100}(x-20)^2 + 52$

4 $40(4\sqrt{2} + \sqrt{97})$ cm

5 a) Respuesta personal.

b) $0 + 0i = (0; 0°)$ y $40\sqrt{2} + 0i = (40\sqrt{2}; 0°)$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Capítulo 4: Funciónes racionales

1 a) Para 4 personas: 400 g de lentejas cocidas, 175 g de porotos, 125 g de brotes de soja, una cucharada de cebolla de verdeo picada y 50 g de lomito.

b) Para 6 personas: 600 g de lentejas cocidas, 262,5 g de porotos, 187,5 g de brotes de soja, una cucharada y media de cebolla de verdeo picada y 75 g de lomito.

c) Para 12 personas: 1200 g de lentejas cocidas, 525 g de porotos, 375 g de brotes de soja, tres cucharadas de cebolla de verdeo picada y 150 g de lomito.

2 a)

Largo (metro)	0,25	1,5	0,1	0,5	x
Número de baldosas	12	2	30	6	$3/x$

b) $n = \frac{3}{x}$

3 Dominio: todos los elementos de la variable independiente que se relacionan.
Imagen: todos lo valores de la variable dependiente que se relacionan.

4 a) $x = \frac{5}{2}$
b) No hay solución.
c) $x = \frac{4}{3}$

5 a) $(x-2)(x+2)(x-1)$
b) $-2x^2(x-3)(x+4)$

6 a) PCE: (0; 0) y (4; 0)
$C^+ = (4, +\infty)$
$C^- = (-\infty, 4)$

b) PCE: (0; 0)
$C^+ = \mathbb{R}$
$C^- = \emptyset$

7 a) $x = 5$
b) No hay solución.

8 a)

T (h)	V (km/h)
10	63
9	70
7	90
6	105
4,5	100

b) $t = \frac{630}{v}$
c) Gráfica.

9 a) $c = \frac{120}{f}$
b) Ocho posibilidades
c) Gráfico
d) Respuesta personal

10 a) Respuesta personal.
b) Respuesta personal.
c) Gráfico.
d) Respuesta personal.

11 a) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$: $Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
b) No corta los ejes de coordenadas
c) $C^- = (-\infty; 0)$
$C^+ = (0; +\infty)$
c) A cero.
d) A cero.

12 a) A infinito negativo $(-\infty)$.
b) A infinito negativo $(+\infty)$.

13 a) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
$C^* = \{\ \}$
No existe $f(0)$.
$C^+ = (-\infty; 0)$ y $C^- = (0; +\infty)$
Asíntotas: $x = 0$ e $y = 0$.
Crece $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
En $x = 0$ existe una discontinuidad de salto infinito.

b) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
$C^* = \{\ \}$
No existe $f(0)$
$C^+ = (0; +\infty)$ y $C^- = (-\infty; 0)$
Asíntotas: $x = 0$ e $y = 0$
Crece $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
En $x = 0$ existe una discontinuidad de salto infinito.

c) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
$C^* = \{\ \}$
No existe $f(0)$
$C^+ = (-\infty; 0)$ y $C^- = (0; +\infty)$
Asíntotas: $x = 0$ e $y = 0$
Crece $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
En $x = 0$ existe una discontinuidad de salto infinito.

14 a) $C(x) = \frac{1000}{\frac{x}{100} + 1}$
b) $ 952,38
c) 14%

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

15 a) $Dom_f = \mathbb{R} - \{1\}$ $Im_f = \mathbb{R} - \{0\}$

b) (0; 1)

c)

x	$(-\infty; \dots)$	....	$(\dots; \infty)$
Signo de f	-	⊗	+

d) Asíntotas: AV: $x = -1$; AH: $y = 0$

e) Gráfico.

f) $x = -1$

16 a) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{1\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
$C^0 = \{\ \}$
No existe $f(0)$
$C^- = (-\infty; 1)$ $C^+ = (1; +\infty)$
Decrece $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
Responde al modelo: $f(x) = \frac{k}{ax + b}$

b) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{4\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
$C^- = (-\infty; 4)$ $C^+ = (4; +\infty)$
Decrece $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$
En $x = 4$ existe una discontinuidad con el salto infinito.
Responde al modelo: $f(x) = \frac{k}{ax + b}$

c) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-3\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
$C^- = (-\infty; 0)$ $C^+ = (0; +\infty)$
Crece $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$
En $x = 0$ existe una discontinuidad con el salto infinito.
Responde al modelo: $f(x) = \frac{k}{x}$.

d) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-3\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
$C^+ = (-\infty; -3)$ y $C^- = (-3; +\infty)$
Crece $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$
En $x = -3$ existe una discontinuidad con el salto infinito.
Responde al modelo: $f(x) = \frac{k}{ax + b}$.

17 a) Asíntotas: $x = 1$ pues $\lim_{x \to 1} f(x)$ y $= \infty$
$y = 0$ pues $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

b) Asíntotas: $x = 4$ pues $\lim_{x \to 4} f(x)$ y $= \infty$
$y = 0$ pues $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

c) Asíntotas: $x = 0$ pues $\lim_{x \to 0} f(x)$ y $= \infty$
$y = 0$ pues $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

d) Asíntotas: $x = -3$ pues $\lim_{x \to -3} f(x)$ y $= \infty$
$y = 0$ pues $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

18 Respuesta personal.

19 a) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{2\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
Corte con los ejes: 0; $\left(-\frac{3}{2}\right)$.
$C^- = (-\infty; 2)$ y $C^+ = (2; +\infty)$
Asíntota vertical: $x = 4$, ya que $\lim_{x \to 4} f(x) = \infty$
Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$
Decrece $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$
En $x = 2$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

b) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-1\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
Corte con los ejes: 0; (–1)
$C^+ = (-\infty; -1)$ y $C^- = (-1; +\infty)$
Asíntota vertical: $x = -1$, ya que $\lim_{x \to 1} f(x) = \infty$
Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$
Crece $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$
En $x = -1$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

c) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{2}\right\}$.
$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$
Corte con los ejes: $\left\{0; -\frac{4}{3}\right\}$.
$C^- = \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$ y $C^+ = \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$
Asíntota vertical: $x = 4$, ya que $\lim_{x \to \frac{3}{2}} f(x) = \infty$
Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$
Decrece $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$ y $C^+ = \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$
En $x = -\frac{3}{2}$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

20 a)

Tasa anual (%) x	7	8	10	12
Capital depositado ($) C	734,58	725,92	709,09	692,86

b) $C(x) = \frac{1000}{\frac{x}{100} + 1} - 200$

c) $ 766,18

d) 6%

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

21 a) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{2\}$ $Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{1\}$

b) (–1;0) y (–0; –0,5).

c)

x	$(-\infty; \dots)$	....	$(\dots; \dots)$	....	$(\dots; +\infty)$
Signo de f	+	⊗	–	⊗	+

d) Decrece $(-\infty; 2) \cup (2;+\infty)$

e) Asíntota vertical: $x = 4$, ya que $\lim_{x \to 2} f(x) = \infty$

f) Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

g) Gráfico.

h) En $x = 2$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

22 a) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{2\}$

$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$

$C^- = (-\infty; 2)$ y $C^+ = (2;+\infty)$

Decrece $(-\infty; 2) \cup (2;+\infty)$

En $x = 2$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

Responde al modelo: $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$.

b) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-3\}$

$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{1\}$

$C^+ = (-\infty; -6) \cup (-3;+\infty)$ y $C^- = (-6;-3)$

Decrece $(-\infty; -3) \cup (-3;+\infty)$

En $x = -3$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

Responde al modelo: $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$.

c) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$

$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$

$C^+ = (-\infty; 0)$ y $C^- = (0;+\infty)$.

Crece $(-\infty; 0) \cup (0;+\infty)$

En $x = 0$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

Responde al modelo: $f(x) = \frac{k}{x}$.

d) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{3\}$

$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-1\}$

$C^- = (-\infty; 1) \cup (4;+\infty)$ y $C^+ = (1;4)$

Decrece $(-\infty; 1) \cup (1;+\infty)$

En $x = 1$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

Responde al modelo: $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$.

23 a) Asíntotas: $x = 2$ pues $\lim_{x \to 2} f(x) = \infty$ y la asíntota horizontal: $y = 0$ ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$.

b) Asíntotas: $x = -3$ pues $\lim_{x \to -3} f(x) = \infty$ y la asíntota horizontal: $y = 1$ ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 1$.

c) Asíntotas: $x = 2$ pues $\lim_{x \to 0} f(x) = \infty$ y la asíntota horizontal: $y = 0$ ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$.

d) Asíntotas: $x = 3$ pues $\lim_{x \to 3} f(x) = \infty$ y la asíntota horizontal: $y = -1$ ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$.

24 a) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Corte con los ejes: 0; (–1,5) y (–3; 0)

$C^+ = (-\infty; -3) \cup (1;+\infty)$ y $C^- = (-3;1)$

Asíntota vertical: $x = 1$, ya que $\lim_{x \to 2} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = \frac{1}{2}$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = \frac{1}{2}$

Decrece $(-\infty; 1) \cup (1;+\infty)$

En $x = 1$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

b) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-4\}$

$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-2\}$

Corte con los ejes: $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ y $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

$C^- = (-\infty; -4) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ y $C^+ = \left(-4; +\frac{1}{2}\right)$

Asíntota vertical: $x = -4$, ya que $\lim_{x \to 4} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = \frac{1}{2}$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = -2$

Decrece $(-\infty; -4) \cup (-4;+\infty)$

En $x = -4$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

c) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{2\}$

$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{2}\right\}$

Corte con los ejes: $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ y (–2; 0)

$C^- = (-\infty; -2) \cup (2;+\infty)$ y $C^+ = (-2;2)$.

Asíntota vertical: $x = 2$, ya que $\lim_{x \to 2} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = -\frac{3}{2}$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\frac{3}{2}$

Decrece $(-\infty; 2) \cup (2;+\infty)$

En $x = 2$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

25 $y = 1$ no pertenece a la función.

26 a) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{1;1\}$

$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$

b) (0;1)

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

c)

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f(x)$	+	⊗	+	⊗	+

d) Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

e) En $x = -1$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

f) Decrece de $(-\infty;-1) \cup (-1;1) \cup (1;\infty)$

g) Respuesta personal.

27 a) $Dom_f = \mathbb{R} - \{-2;2\}$

$Im_f = \mathbb{R} - \{0\}$

Corte con los ejes: $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

$C^- = (-\infty; -2) \cup (-2; 2)$ y $C^+ = (2;+\infty)$

Asíntota vertical: $x = 2$, ya que $\lim_{x \to 2} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Decrece $(-\infty; -2) \cup (-2;2) \cup (2;+\infty)$

En $x = -2$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

b) $Dom_f = \mathbb{R} - \{-2\}$

$Im_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

Corte con los ejes: (0;0)

$C^+ = (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$ y $C^- = (-2;0)$

Asíntota vertical: $x = 2$, ya que $\lim_{x \to 2} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Decrece $(-\infty; -2) \cup (-2;2) \cup (2;+\infty)$

En $x = -2$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

c) $Dom_f = \mathbb{R} - \{0;4\}$

$Im_f = \mathbb{R} - \{1\}$

Corte con los ejes: (–3;0)

$C^+ = (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$ y $C^- = (-3;0)$

Asíntota vertical: $x = 4$, ya que $\lim_{x \to 4} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = 1$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 1$

Decrece $(-\infty; 0) \cup (0;4) \cup (4;+\infty)$

En $x = 0$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

d) $Dom_f = \mathbb{R} - \{-1\}$ $\quad Im_f = \mathbb{R} - \{2\}$

Corte con los ejes: (0;1) y (1;0)

$C^+ = (-\infty; -1) \cup (1;1)$ y $C^- = (1;+\infty)$

Asíntota vertical: no tiene

Asíntota horizontal: no tiene ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

Decrece $(-\infty;-1) \cup (-1;+\infty)$

En $x = -1$ existe una discontinuidad con el salto infinito.

28 En ninguno de los tres primeros casos a la asíntota horizontal.

29 a) $Dom_f = \mathbb{R} - \{2;5\}$

$Im_f = \mathbb{R} - \{-4\}$

Corte con los ejes: (–1;0) y (0;2).

$C^- = (-\infty; -1) \cup (2;5) \cup (5;+\infty)$ y $C^+ = (-1;2)$

Asíntota vertical: $x = 2$, ya que $\lim_{x \to 2} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = -4$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = -4$

Decrece $(-\infty; 2) \cup (-2;5) \cup (5;+\infty)$

En $x = 5$ existe una discontinuidad y en $x = 2$ existe con el salto infinito

b) $Dom_f = \mathbb{R} - \{-1;4\}$

$Im_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

Corte con los ejes: (2;0) y (0;2).

$C^- = (-\infty; -1) \cup (2;4) \cup (4;+\infty)$ y $C^+ = (-1;2)$

Asíntota vertical: $x = 1$, ya que $\lim_{x \to 1} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = -1$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = -1$

Decrece $(-\infty; -1) \cup (-1;4) \cup (4+\infty)$

En $x = 4$ existe una discontinuidad y en $x = -1$ existe con el salto infinito

c) $Dom_f = \mathbb{R} - \{-4;-2\}$

$Im_f = \mathbb{R} - \{1\}$

Corte con los ejes: (1;0) y $\left(0; -\frac{1}{2}\right)$

$C^+ = (-\infty; -4) \cup (-4;-2) \cup (1;+\infty)$ y $C^- = (-2; 1)$

Asíntota vertical: $x = -2$, ya que $\lim_{x \to -2} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = 1$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 1$

Crece $(-\infty; -4) \cup (-4;-2) \cup (-2;+\infty)$

En $x = -4$ existe una discontinuidad y en $x = -1$ existe con el salto infinito.

d) $Dom_f = \mathbb{R} - \{0;3\}$

$Im_f = \mathbb{R} - \{2\}$

Corte con los ejes: (–3;0).

$C^+ = (-\infty; -3) \cup (3;+\infty)$ y $C^- = (-3; 0) \cup (0;3)$

Asíntota vertical: $x = 3$, ya que $\lim_{x \to 3} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = 1$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 2$

Decrece $(-\infty; 0) \cup (0;3) \cup (3;+\infty)$

En $x = 0$ existe una discontinuidad y en $x = 3$ existe con el salto infinito

30 Respuesta personal.

31 a) $E = \frac{1}{d^2}$

b)

d (m)	1	2	3	4
E (lx)	36	9	4	2,25

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

c) Gráfico.

32 a) $Dom_f = \mathbb{R} - \{0\}$

b) $Im_f = \mathbb{R}^+$

c) No corta a los ejes.

d)

x	$(-\infty; \ldots.)$	....	$(\ldots.; +\infty)$
Signo de f	+	⊗	+

e) Asíntota vertical: $x = 2$, ya que $\lim_{x \to 0} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = -4$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = -4$

f) Crece $(-\infty; 0)$ y decrece $(0;+\infty)$

g) En $x = 0$ existe una discontinuidad con el salto infinito

h) Gráfico.

33 a) $Dom_f = \mathbb{R} - \{0\}$

$Im_f = \mathbb{R}^-$

No corta los ejes.

$C^- = (-\infty; 0) \cup (0;+\infty)$.

Asíntota vertical: $x = 0$, ya que $\lim_{x \to -1} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Decrece $(-\infty; 0)$ y crece $(0;+\infty)$

En $x = 0$ existe una discontinuidad con salto infinito.

b) $Dom_f = \mathbb{R} - \{0\}$

$Im_f = \mathbb{R} - \{0\}$

No corta los ejes.

$C^- = (-\infty; 0)$ y $C^+ \cup (0;+\infty)$.

Asíntota vertical: $z = 0$, ya que $\lim_{x \to -1} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Decrece $(-\infty; 0) \cup (0;+\infty)$

En $z = 0$ existe una discontinuidad con salto infinito

c) $Dom_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

$Im_f = \mathbb{R}^+$

Corta en el punto: (0;1)

$C^+ = (-\infty;-1) \cup (-1;+\infty)$.

Asíntota vertical: –1, ya que $\lim_{x \to 2} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Crece $(-\infty;-1)$ y decrece $(-1;+\infty)$

En $x = -1$ existe una discontinuidad con salto infinito

d) $Dom_f = \mathbb{R} - \{2\}$

$Im_f = \mathbb{R}^-$

Corta en el punto: (0;–1)

$C^+ = (-\infty;2) \cup (2;+\infty)$.

Asíntota vertical: 2, ya que $\lim_{x \to 2} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Decrece $(-\infty;2)$ y crece $(2;+\infty)$

En $x = 2$ existe una discontinuidad con salto infinito

e) $Dom_f = \mathbb{R}$

$Im_f = \mathbb{R}^+$

Corta en el punto: (0;1)

$C^+ = (-\infty;+\infty)$

Asíntota vertical: y = 0, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Crece $(-\infty;0)$ y decrece $(0;+\infty)$

No hay puntos de discontinuidad.

f) $Dom_f = \mathbb{R}$

$Im_f = \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$

Corta en el punto: (0;0)

$C^+ = (-\infty;0)$ y $C^+ = (0;+\infty)$

Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Decrece $(-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$ y crece $(-1;1)$

No hay puntos de discontinuidad.

34 En el caso f) corta a la asíntota en $x = 0$

35 a) $Dom_f = \mathbb{R} - \{-3\}$

$Im_f = \mathbb{R}^-$

Corta en el punto: (0;1)

$C^+ = (-\infty;-3) \cup (-3;+\infty)$.

Asíntota vertical: $x = -3$, ya que $\lim_{x \to 3} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Crece $(-\infty;-3)$ y decrece $(-3;+\infty)$

En $x = -3$ existe una discontinuidad con salto infinito.

b) $Dom_f = \mathbb{R} - \{1\}$

$Im_f = \mathbb{R}^-$

Corta en el punto: (0;–4)

$C^- = (-\infty;1) \cup (1;+\infty)$.

Asíntota vertical: $x = 1$, ya que $\lim_{x \to 1} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Crece $(-\infty;1)$ y decrece $(1;+\infty)$

En $x = 1$ existe una discontinuidad con salto infinito.

c) $Dom_f = \mathbb{R} - \{-2\}$

$Im_f = [-0{,}2; +\infty)$

Corta en el punto: (0;0)

$C^- = (0;+\infty)$ y $C^+ (-\infty;-2) \cup (-2;0)$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Asíntota vertical: $x = -2$, ya que $\lim_{x \to -2} f(x) = \infty$

Asíntota horizontal: $y = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Decrece $(-2;2)$ y crece $(-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$

En $x = 2$ existe una discontinuidad con salto infinito.

d) $Dom_f = \mathbb{R}$

$Im_f = [-1;1)$

Corta en el punto: $(0;0)$

$C^- = (0;+\infty)$ y $C^+ (-\infty;0)$

Asíntota horizontal: $x = 0$, ya que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Crece $(-1;1)$ y decrece $(-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$

36 **a)** $f(x) = \frac{9}{(x-2)^2}$

b) Respuesta personal.

37 **a)**

Premio ganado (en pesos) (P)	2980	1460	670	500
Número de personas ganadoras (x)	10	20	40	50

b) 15 personas.

c) $f(x) = \frac{30000}{x} - 2x$

38 **a)** $Dom_f = \mathbb{R} - \{1\}$

Corta a los ejes en los puntos: $(0;9)$; $(-3;0)$ y $(3;0)$

$C^+ = (-3;1) \cup (3;+\infty)$ y $C^- = (-\infty;-3) \cup (1;3)$

Asíntota vertical: $x = 1$, ya que $\lim_{x \to 1} f(x) = \infty$

Asíntota oblicua: $y = x + 1$

En $x = 1$ existe una discontinuidad con salto infinito.

b) $Dom_f = \mathbb{R} - \{2\}$

Corta a los ejes en los puntos: $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

$C^+ = (-\infty;2)$ y $C^- = (2;+\infty)$

Asíntota vertical: $x = 2$, ya que $\lim_{x \to 2} f(x) = \infty$

Asíntota oblicua: $y = -x + 2$

En $x = 2$ existe una discontinuidad con salto infinito.

c) $Dom_f = \mathbb{R} - \{-2;2\}$

Corta a los ejes en los puntos: $(0;0)$

$C^- = (-\infty;-2)$ y $C^+ = (-2;0) \cup (0;2) \cup (2;+\infty)$

Asíntota vertical: $x = -2$, ya que $\lim_{x \to -2} f(x) = \infty$

Asíntota oblicua: $y = -x - 2$

En $x = -2$ existe una discontinuidad con salto infinito..

39 **a)** $Dom_f = \mathbb{R} - \{1\}$

$f(0) = 0$, raíces; $x = 0$ y $x = 2$

$C^+ = (-\infty;-2) \cup (-2;0)$ y $C^- = (-2;0) \cup (2;+\infty)$

Asíntota vertical: $x = -2$, ya que $\lim_{x \to -2} f(x) = \infty$

Asíntota oblicua: $y = -x + 4$

En $x = -2$ existe una discontinuidad con salto infinito.

b) $Dom_f = \mathbb{R} - \{3\}$

$f(0) = \frac{2}{3}$

$C^+ = (-\infty;3)$ y $C^- = (3;+\infty)$

Asíntota vertical: $x = 3$, ya que $\lim f(x) = \infty$

En $x = 3$ existe una discontinuidad con salto infinito.

40 **a)** $A_{(d)} = \frac{-10}{d-10}$

b) Sobre el objeto. $(d = 0)$.

c) Menor a 10 cm.

d) No se forma imagen.

e) Gráfico.

41 **a)** $k = 15$.

b) $v = \frac{15}{p}$

c) $v = 11{,}54\ cm^3$.

d) $p = 1{,}87\ atm$.

e) Gráfico.

42 **a)** $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{1\}$

$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$

Asíntota vertical: $x = 1$.

Asíntota horizontal: $y = 0$.

En $x = 1$ existe una discontinuidad con salto infinito.

b) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-5\}$

$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{3\}$

Asíntota vertical: $x = -5$.

Asíntota horizontal: $y = 3$.

En $x = -5$ existe una discontinuidad con salto infinito.

c) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$

$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0\}$

Asíntota vertical: $x = 0$.

Asíntota horizontal: $y = 0$.

En $x = 0$ existe una discontinuidad con salto infinito.

d) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-3;3\}$

$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2};1\right\}$

Asíntota vertical: $x = 3$.

Asíntota horizontal: $y = 1$.

En $x = 3$ existe una discontinuidad con salto infinito y en $x = -3$ existe una discontinuidad.

43 **a)** $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-2;0\}$

$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$

Asíntota vertical: $x = -2$.

Asíntota horizontal: $y = 0$.

En $x = -2$ existe una discontinuidad con salto infinito y en $x = 0$ existe una discontinuidad.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

b) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{3;4\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R}^+$
Asíntota vertical: $x = 4$
Asíntota horizontal: $y = 0$.
En $x = 4$ existe una discontinuidad con salto infinito y en $x = 3$ existe una discontinuidad.

c) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-3\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R}$
Asíntota vertical: $x = -3$
Asíntota horizontal: $y = -x + 1$.
En $x = -3$ existe una discontinuidad con salto infinito.

44 a) Del gráfico a)
I. $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$
II. $\lim_{x \to -2} f(x) = \infty$
b) Del gráfico b)
III. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$
IV. $\lim_{x \to 6} f(x) = \infty$
c) Del gráfico c)
III. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$
IV. $\lim_{x \to -3} f(x) = \infty$

45 d) $A(x) = \frac{-5}{x-5}$
e) $x = 2{,}5$ cm.
f) $A = 4$
g) Gráfico.

46 a) $f_{(x)} = \frac{-2}{x-4}$

b) $f_{(x)} = \frac{6}{x+3}$

c) $f_{(x)} = \frac{1}{x-6}$

47 a) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$
Corta en el punto (0;1).
$C^+ = (-\infty; -1) \cup (-1;1)$ y $C^- = (1; +\infty)$
Asíntota vertical: $x = 1$
Asíntota horizontal: $y = 0$
En $x = 1$ existe una discontinuidad con salto infinito y en $x = -1$ existe una discontinuidad.

b) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R}^+$
Corta en el punto (0;2).
$C^+ = (-\infty; +\infty)$
Asíntota horizontal: $y = 0$
No hay puntos de discontinuidad.

c) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{0;2\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R} - \{1; 2{,}5\}$
Corta en el punto (–3;0).
$C^+ = (-\infty; -3) \cup (0;2) \cup (2; +\infty)$ y $C^- = (-3;0)$
Asíntota vertical: $x = 0$
Asíntota horizontal: $y = 1$
En $x = 0$ existe una discontinuidad con salto infinito y en $x = 2$ existe una discontinuidad.

d) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-4\}$
$Im_{f(x)} = \mathbb{R}^-$
Corta en el punto $\left(0; -\frac{1}{8}\right)$ y $C = (-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$
Asíntota vertical: $x = -4$
Asíntota horizontal: $y = 0$
En $x = -4$ existe una discontinuidad con salto infinito.

48 a) \$ 1000 por empleado.
b) $f(x) = \frac{4000}{x}$
c) $f(x) = \frac{4000}{x} - 40$
d) 50 empleados.
e) Gráfico.

49 Respuesta personal.

50 Respuesta personal.

51 Respuesta personal.

52 a) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R} - \{-1\}$
Asíntota vertical: $x = -1$; ya que $\lim f(x) = \infty$.
Asíntota oblicua: $y = 2x - 2$.

b) $Dom_{f(x)} = \mathbb{R}$
no cuenta con asíntota vertical.
Asíntota oblicua: $y = x$

53 a) $f(x) = -\frac{1}{(x-3)^2}$
b) $f(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$
c) $f(x) = \frac{6}{(x+1)^2}$

54 Respuesta personal.

AUTOEVALUACIÓN

1 c)

2 d)

3 d)

4 c)

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Capítulo 5: Cónicas

1 a) Construcción. Infinitas.
b) Construcción. Infinitas.
c) Construcción. Dos.
d) Construcción. Infinitas.

2 Las rectas de ecuación $y = x$ e $y = -x$.

3 Entre recta y parábola: dos, uno o ninguno. Entre parábolas: dos, uno o ninguno.

4 a) $\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{4}\right)$ y (6; 16).
b) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{3}{2} - \sqrt{2}\right)$ y $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{3}{2} + \sqrt{2}\right)$.
c) $\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}\right)$.
d) $\left(-\frac{1}{6} + \frac{\sqrt{13}}{2}; -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}\right)$ y $\left(-\frac{1}{6} + \frac{\sqrt{13}}{6}; -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}\right)$.

5 a) Un punto.
b) Una recta.
c) Dos rectas secantes.

6 a) $x^2 + y^2 = 25$
b) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 18$
c) $(x + 1)^2 + y^2 = 9$

7 a) (1; 3) y (-1; -3) b) (1; 0) c) (5; -1)

8 a) Centro: (3; -1); radio = 1
b) Centro: (0; 4); radio = $\sqrt{2}$

9 A = (-1; 2); B = (1; 2); C = (2; –1) y D = (0; 1). Es un paralelogramo. Su área es 6 y su perímetro es $4 + 2\sqrt{10}$.

10 Perímetro del triángulo ABC = $\sqrt{13} + \sqrt{30 - 8\sqrt{11}} + \sqrt{39 - \sqrt{11}}$.

11 Hasta cuatro. Construcción. Respuesta personal.

12 a) Focos: (8; 0) y (-8; 0); vértices: (10; 0) y (-10; 0).
b) Focos: (0; $\sqrt{7}$) y (0; -$\sqrt{7}$); vértices: (0; 4) y (0; -4).
c) Focos: (0; $\sqrt{2}$) y (0; -$\sqrt{2}$); vértices: (0; $\sqrt{3}$) y (0; -$\sqrt{3}$).

13 a) Circunferencia.
b) Elipse.
c) En dirección al eje de las ordenadas.

14 a) Focos: ($\pm\sqrt{5}$; 0); vértices: (±2; 0); asíntotas $y = \pm\frac{1}{2}x$.
b) Focos: (0; ±10); vértices: (0; ±8); asíntotas $y = \pm\frac{4}{3}x$.
c) Focos: (±5; 0); vértices: (±4; 0); asíntotas $y = \pm\frac{3}{4}x$.

15 a) C_1: $y = \frac{2}{x}$; C_2: $y = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$. Respuesta personal.
b) C_1 es una hipérbola equilátera. C_2 : es una hipérbola. Las gráficas son iguales pero giradas.
c) C_1se puede obtener, con centro en el origen, girando –45° C_2.

16 a) Foco: $\left(\frac{1}{4}; 0\right)$; directriz: $x = -\frac{1}{4}$.
b) Foco: (-2; 0); directriz: $x = 2$.
c) Foco: (0; 1); directriz: $y = -1$.

17 a) $y^2 = 16x$ b) $y^2 = -48x$ c) $x^2 = 32y$

18 a) (-1; -1) y (-4; 2)
b) (0;0) y ($\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[3]{4}$)
c) (8; 2) y (8; -2)
d) (10;10) y (-10; 10)

19 a) $x = y^2 + 1$
b) Respuesta personal.

20 a) Hipérbola.
b) Parábola.
c) Elipse.

21

Planeta	Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
Excentricidad	0,2056	0,0068	0,0167	0,0934	0,0484	0,0543	0,0460	0,0082

22 A 10 $\sqrt{7}$ cm a derecha e izquierda del centro del rectángulo.

23 a) $s = \left\{(4; 0); \left(\frac{-580}{17}; \frac{432}{17}\right)\right\}$
b) $s = \{(0; 0), (2; -2), (4; 0)\}$

24 a) I. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 13$ II. $y^2 = 4x$
b) (0,0) y ($2\sqrt[3]{18}$; $2\sqrt[3]{12}$)

25 a) VI. b) II. c) I. d) IV. e) III. f) V.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

AUTOEVALUACIÓN

1. c)
2. a)
3. c)
4. b)
5. d)
6. a)
7. b)

ACTIVIDADES INTEGRADORAS

1. $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4} = 1$
2. Construcción.
3. $(0\,;2)\ (0\,;-2)\ (1;\sqrt{5})\ (1;-\sqrt{5})$
4. Trapecio isósceles.
5. a) $(\sqrt{5}+2)\ u^2$

   b) $(2\sqrt{10-4\sqrt{5}}+2\sqrt{5}+4)\ u$

   c) Los ángulos agudos son iguales. Sus razones trigonométricas son:

   $sen\,\alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}\sqrt{5}\ .\ \sqrt{10-4\sqrt{5}}$;

   $cos\,\alpha = \frac{\sqrt{50-20\sqrt{5}}}{10}$ y $tg\,\alpha = \sqrt{5}+2$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Índice temático

Cuadernillo 1

1. Los números reales y los números complejos

Revisión inicial

Los números reales

Adición y sustracción de radicales

Multiplicación y división de radicales

Racionalizaciones de denominadores

Racionalización de numeradores y de denominadores

Ampliación del campo numérico

Los números complejos

El conjugado y el opuesto de un número complejo

Operaciones con números complejos

Forma binómica y forma polar de un número complejo

Ecuaciones en $\mathbb{C}$

Ecuaciones cuadráticas en $\mathbb{C}$

Representación gráfica en el conjunto de números complejos

En el mundo real

Los números irracionales y el círculo

Los relojes y los números complejos

Más actividades

Autoevaluación

Cuadernillo 2

2. Funciones cuadráticas

Revisión inicial

El modelo cuadrático

La función cuadrática

Ecuaciones cuadráticas

Resolución de ecuaciones cuadráticas completas

Construcción de la gráfica de una función cuadrática

El discriminante

Forma factorizada y canónica de la función cuadrática

Relaciones entre las raíces y los coeficientes

Problemas con máximos y mínimos

Crecimiento y decrecimiento

Intervalos de positividad e intervalos de negatividad

Sistemas mixtos de dos ecuaciones

Sistemas de dos ecuaciones cuadráticas

Recta tangente a una parábola

Inecuaciones cuadráticas

En el mundo real

Libre competencia de mercado

El cine y las persecuciones

Más actividades

Autoevaluación

Cuadernillo 3

3. Funciones polinómicas.

Factorización de polinomios

Revisión inicial

Las funciones potenciales

Las funciones polinómicas

Las funciones polinómicas y los polinomios

Adición y sustracción de polinomios

Multiplicación de polinomios

División entera de monomios

División entera de polinomios

La regla de Ruffini

Valor de un polinomio para $x = a$.

Raíces de un polinomio

Teorema del resto

Factorización de polinomios

Factor común

Polinomios de segundo grado

Otros casos

Raíces racionales de polinomios con coeficientes enteros

Grado y raíces de un polinomio

Las funciones polinómicas y sus gráficas

Conjunto de positividad y negatividad

Reconstrucción de fórmulas polinómicas a partir de sus gráficas

La factorización de polinomios como herramienta para resolver ecuaciones

Los polinomios y las raíces no reales

El cambio de variable en la resolución de ecuaciones

En el mundo real

Los polinomios en la construcción de un ascensor

Funciones polinómicas que permiten estimar costos

Más actividades

Autoevaluación

Actividades integradoras

Cuadernillo 4

4. Funciones racionales

Revisión inicial

Funciones de proporcionalidad inversa

Funciones de fórmula: $f(x) = \frac{k}{x}$

Funciones de fórmula: $f(x) = \frac{k}{ax + b}$

Funciones de fórmula: $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$

Funciones racionales

Funciones de fórmula: $f(x) = \frac{k}{(x - a)^2}$

Funciones de fórmula: $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

En el mundo real

Lentes y lupas

La primera ley cuantitativa en la historia de la Física

Más actividades

Autoevaluación

Cuadernillo 5

5. Cónicas

Revisión inicial

Secciones cónicas

Circunferencia

Distancia entre dos puntos

Elipse

Hipérbola

Parábola

En el mundo real

Historia de las secciones cónicas

Trayectorias elípticas

Más actividades

Autoevaluación

Actividades integradoras

Cuadernillo 6

Respuestas a las actividades de los cuadernillos 1 a 5.

AIQUE